

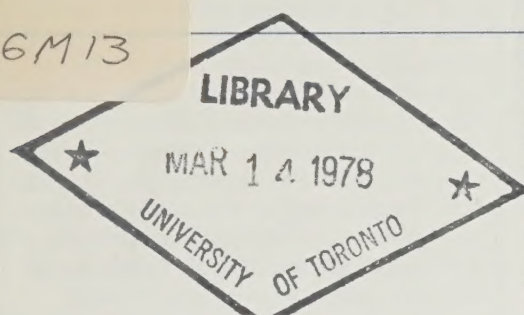


This document outlines some simple forms of representation that help children in the Primary and Junior Divisions to communicate their ideas about the environment.

Maps and Graphs

DEPOSITORY LIBRARY MATERIAL

CA20N
DE
-76M13



Maps and Graphs

In many classrooms children are actively investigating situations related to their environment. Sometimes these activities take place out-of-doors in connection with field trips and special projects; at other times they involve the investigation and discussion of objects and ideas that children have brought from their homes and communities. Most often, though, the investigations are a part of the regular classroom routine and involve the use of commercial and locally constructed materials. Whatever the mode of investigation, the children need a relaxed atmosphere in which they can explore and discuss their findings freely, using their own language as well as other means of communication. The role of the teacher is that of a catalyst — providing encouragement, asking questions, making suggestions, and injecting new ideas or materials to keep the investigations moving along.

Investigations expand children's awareness of their environment, stimulate their creativity, encourage original thinking and the growth of spatial perceptions, and help build confidence in their ability to find out things for themselves. They also provide a framework in which mathematical knowledge can be reinforced and from which new mathematical ideas can grow. Teachers should consciously build on this experiential base when introducing new ideas into the program; in fact, these ideas should be the basis for planning activities in the first place. Without inhibiting open-ended exploration, the teacher should ensure that each investigation contributes to the achievement of some objective of the mathematics program. It is through such purposeful planning that children begin to view mathematics as a coherent whole rather than a collection of isolated facts.

Visual Representations — Maps and Graphs

One of the broad aims of a program based on investigations is to encourage children to talk to one another about their findings. Left on their own, they will search for ways of communicating, using their own language and various forms of visual representation such as real objects and pictures. These forms of communication reflect the children's creative abilities; they are the children's early attempts to make simple maps and graphs. Over a number of years, teachers should gradually introduce the children

to basic uses of maps and graphs for recording and communicating their findings. The acquisition of skills involved in making, interpreting, and analysing maps and graphs extends over the entire elementary and secondary program, and beyond. The ideas introduced at this level should be simple and should not go beyond the children's ability to express themselves through pictures and models.

The pages that follow identify simple forms of representation suitable for children in the Primary and Junior Divisions. Initially these involve the use of real objects, pictures, and then simple mathematical graphs.

Early Experiences with Maps

Maps have their roots in the fanciful play of young children. The models they build with blocks, boxes, and other objects, as well as their toys, are miniature representations of the world as they see it. In moving these objects and positioning them in relation to one another, the children are developing and improving their spatial perceptions. On the one hand, their conviction that these models are the things they represent shows their readiness at this early age to use physical objects to create levels of abstraction; on the other hand, for children, these models are as real as the things they represent. As they build these models and pictures and play with them, children often talk to themselves and to others, revealing their basic feeling that these representations are interwoven with reality.

These processes of representation are evident early in the life of young children, particularly between the ages of four and seven. They can be recognized and encouraged through the following activities:

- imitative gestures (symbolizing through action something not present);
- imitative performance (house and role play);
- symbolic play (objects and situations are adapted by the child's imagination, fostering creativity and problem-solving instincts);
- play with miniature models (dolls and model cars);
- making models of reality (building and furnishing a playhouse);
- drawing pictures;
- talking about things.

The making, interpretation, and understanding of maps depend on a variety of early experiences with positioning, perceiving direction, and orientation. These experiences need to be complemented by activities involving observation, classifying, sketching, and representing by means of symbols, and by a fundamental grasp of counting, measurement, co-ordinates, scale, and proportion. A working familiarity with these concepts and skills grows out of the recording and reporting of the children's investigations, and is nurtured by the careful planning and support of the teacher who arranges a developmental interplay of simple ideas of maps with the other concepts and skills of the program. With this kind of background, the making of maps and their interpretation can become a significant part of the program, extending beyond copying or reading information from them.

Mapping

The process of map-making is not to be confused with the concept of mapping, which, for young children, involves the use of arrows to show the correspondence of the objects in a given set to the objects in a second set. This correspondence may be one-to-one (as in figure 1) or many-to-one (as in figures 2 and 3). With young children mappings are used to represent situations drawn from their everyday experiences.

Figure 1 1-1

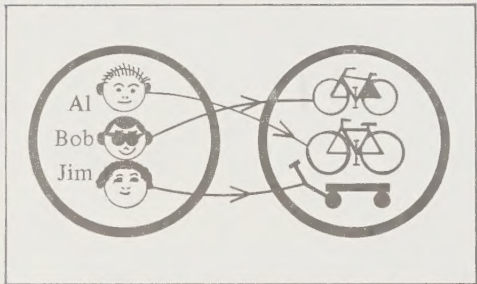


Figure 2 Many-1

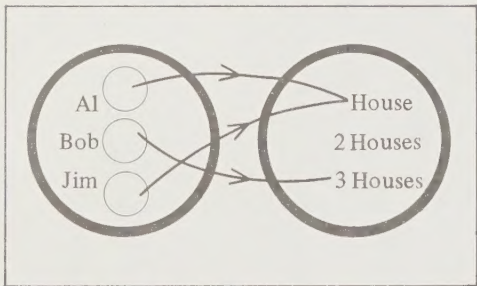
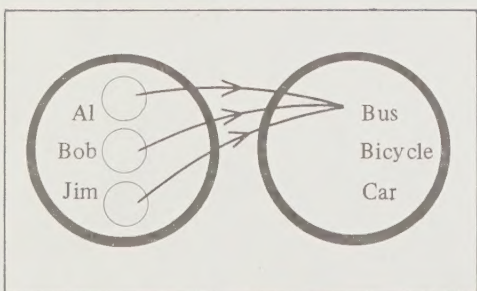
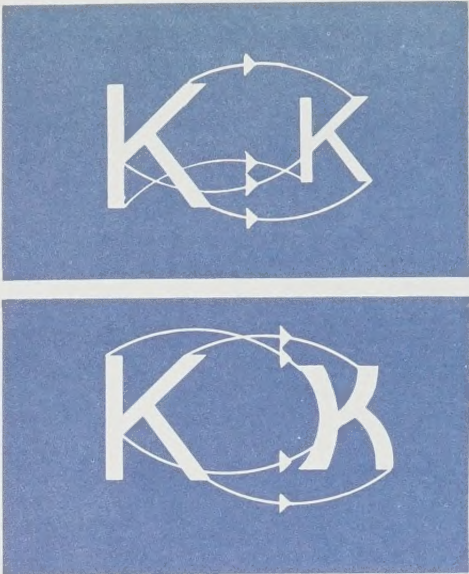


Figure 3 Many-1



Mapping arrows are also used to show correspondence between a figure and its scaled or distorted image, as in figure 4.

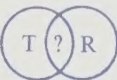
Figure 4



In map-making, the principles of one-to-one, many-to-one, scale, and sometimes distortion mapping are used, without being specifically identified. For example, the drawing a child makes on the page is usually a many-to-one mapping of a 3-D object onto the 2-D picture.

Although young children are not ready for the formal mathematics of mappings, they do find arrows natural and easy to use in showing the correspondence of the objects in one set to those in a second. A variety of experiences related to mappings prepare the child conceptually for work with maps and graphs. Experiences with mapping may include:

- building models to represent real situations (farmyard, train, house);
- making diagrams and sketches to represent real situations in which approximate positions, directions, and orientations are shown;
- showing relations between sets of real things (hockey players and their teams, children and their homes, learning materials and their storage places);
- finding correspondence of names with heights, with masses (weights), with hair colour;
- showing the relation of points in a projectual master and the image points on a screen (scale projection or distortion, relative distances);
- estimating distances and orientation;
- investigating shadow images (length, direction);
- examining real objects and their images in mirrors (flat, round, hollow, cylindrical, irregular);
- experimenting with slides, turns, flips, using materials such as geoboards, dot paper, tracings, and mirrors;
- investigating symmetries (line-, turn-, slide-, and point-symmetry in pictures; plane-, turn-, slide-, and point-symmetry of 3-D objects);
- making scale drawings and distortions;
- finding number patterns (based on operations, "what's the rule" games when given input and output values);
- using Venn diagrams to classify objects and numbers by their attributes.



T: set of triangles
R: set of red things
?:

Developing Map-making Skills

The following is a suggested sequence of activities that will help children develop the concepts and skills required for map-making. The activities have not been assigned to particular age or grade levels because each child's ability to comprehend ideas connected with this form of representation depends on the kinds and amount of experience he or she has had at home and at school. An attempt has been made in the ordering of activities to reflect current knowledge of the growth patterns of children.

The association of activity and language in these situations extends the child's vocabulary in an incidental yet meaningful way. Comparison words, such as *same, similar, taller, thinner, heavier*; scale words and phrases such as *bigger, smaller, twice as long as*; direction words such as *up, down, left, right, north, east*; position words and phrases such as *second desk, table under the window, third chair in the fifth row*; attribute words such as *purple, red, square, triangular, soft, rigid*; as well as number words are in constant use as the children work together collecting, organizing, and recording information by means of models, pictures, and maps.

Sand-table activities

Children arrange objects to make 3-D models of reality — e.g., a farm, a room at home, a local park. (Observation will reveal the child's understanding of enclosure, levels, and conditions of membership in a set.)

Model-making

Children use scrap pieces of wood, fabric, paper boxes, blocks, clay, and other materials to represent houses, streets, machines, pets. (Scaling will not be precise; rough proportioning usually reveals the children's perception of what is most significant to them at the time.)

Picture-making

Children record events and perceptions of the environment using a variety of materials such as paint, crayons, finger paint, scraps of fabric and coloured paper, as well as small objects. (These usually show relationships in size and number, as well as orientation in space — *up, down, near, far, left, right*.)

As children gain experience in model-making and picture-making, their products become more detailed and complex. Not only do they attempt more in terms of the scope of these representations, but they add more and more details according to their perception of things, people, and events.

Model-making

(a) Individual or group models of playgrounds, plazas, neighbourhoods; use of miniature street lights, mail boxes, traffic signs, people, and animals. (Positioning and proportions are still approximate.)

(b) Models of single items such as a house, a car, airplane, or tower. (These become more complex in composition as children consider the parts, relationships, and functions of the component parts of the model.)

Picture-making

Picture-making now involves a greater variety of shapes, colours, and relationships in space. Through discussion it is possible to find out how children feel about certain colours, how they react to different shapes, straight and curved lines, composition.

Projection of images

An overhead projector can be used to examine enlargements and note correspondences. It is also useful for discussing colour and composition as the children move different shapes and different colours around to see what happens.

Ink-blot patterns

Children make ink-blot patterns by folding paper with one, two, or more colours of finger paint. With experience, they will experiment with more complex symmetries and attempt to predict and then describe shapes and relationships.

Scale models

Design activities using scale models of cars, airplanes, ships, animals, and people in situations where the surroundings – trees, streets, houses, hills, and rivers – are made in proportion. (Repeated experiences of this nature not only increase children's skills in approximating and scaling but assist them in seeing objects from a different point of view.)

Shadow play with a shadow box

Make a cardboard box with translucent windows of paper on the sides and top and place an electric bulb or flashlight inside it. When an object is placed in the box, its shadow is projected, which the children attempt to interpret and draw.

Proportional models

Children reproduce large scale figures and shapes using smaller units; produce designs in different colours and with different materials; reproduce models, designs, and pictures, keeping the basic shapes and relationships but exaggerating dimensions such as length or thickness.

It should be noted that the activities outlined so far do not involve formal measurement. The representations are based on the child's perceptions of size and relationship using visual clues and approximation.

As the child matures and sees the need for more precise forms of recording, the activities will involve measurement, scale, and the use of more conventional symbolism. The investigations should grow from very simple and familiar situations to projects involving broader and less familiar areas. Paralleling the actual map-making will be other activities designed to improve related skills in classifying, measuring, number work, and representation.

Extended Model-making

Model-making activities emphasizing proportions and the need for scale; matching both 3-D and 2-D models which differ in orientation and proportion of unit to whole.

Developing Graphing Skills

Graphs provide the children with systematic ways of organizing, classifying, and recording the information they find in their investigations. They can have a strong visual impact and should help the children in analysing this information and in making predictions.

The children should be encouraged to discuss their investigations with one another, using the graph as a means of communication. Occasionally, the graphs made by one group of children should be given to another group without any verbal commentary. The latter group could then be asked to explain what the graph communicates to them. If the graph doesn't communicate effectively by itself, then the two groups should meet to find out why and to make suggestions for improving it.

The activities described below are but a small sample of the many situations suitable for investigation and subsequent representation by graphs. They are based on observations of children and teachers working together, and illustrate a growing sophistication in the graphs which parallels the growth in children's maturity.

Related mathematical ideas are identified for each sample activity and graph. These ideas show the undercurrent of mathematics that flows through the activities, exposure to which will help the children prepare for the formal study of these concepts in later years.

Activity 1

The skills of graphing and map-making are very similar for young children of ages 4-7.

In graphing, the actual objects of the investigation are used in building the graph or representation; in map-making, representative objects are chosen. As situations are introduced in which the objects to be sorted are too large to move or are fixed in position, the children should be encouraged to use representative objects in the hoops.

Activities 2-6

In these samples, the physical objects cannot be sorted and organized conveniently. Hence, words, pictures, and physical objects are introduced to represent the real things; the representations are early stages of bar graphs, in which the units chosen bear a strong similarity to the real objects.

Activities 7-9

In these activities, more arbitrary units are chosen to represent the real things: gummed squares are pasted one after another to build the bars; then strips of ribbon or paper are cut to represent the accumulation of squares; finally, the bars are marked and shaded. Different colours are used to distinguish the objects. In this progression, the form of representation becomes increasingly more abstract, but has the advantage of being easier to construct. This parallels

the general development of mathematical notation, in which mathematical ideas are presented in increasingly symbolic and abstract (removed from reality) forms which have the decided advantage of brevity and convenience of manipulation.

Activities 10, 11, 13

In one respect, the graphs developed here are less abstract than those in Activities 7, 8, and 9. The actual strips of ribbon or string used in measuring are pasted on the graph; thus the graphs can be made independent of numerical measurement. Comparisons can be made qualitatively of the relative lengths of the strips and thus of the things they represent. Patterns can be recognized from the graphs. Then these comparisons and patterns can be expressed quantitatively by measuring the "bars" and comparing these measures numerically. For example, the children may discover qualitatively that the wrist size of one child is double her neck size and that this in turn is double her waist size. This can be checked numerically, and the generalization made that a person's wrist, neck, and waist measurements relate in the ratio of 1:2:4. Sometimes the lengths of ribbon are too long for display on the graph sheet; these lengths can physically be scaled to $1/2$, $1/3$, or $1/4$ of their original length by simply folding and cutting the ribbons. Again, scaled representations may be constructed in which the ribbons are replaced by shaded bars. This final form of the graph is more convenient in size and permanent in form, but is less representative of the original situation; the degree of abstraction has been elevated.

Activity 12

This activity is interesting in that the investigation itself builds a visual representation of the relationship of the mass to the length of the elastic. The picture, in effect, is copied when the graph is made. The activity can be extended further by suggesting that a new graph be made from information in the first graph so that the extension of the elastic may be compared to the mass added. In this case, a straight line drawn through the ends of the bars will pass through the "origin". A "direct variation" representation has emerged from the "partial variation" picture.

The children can be encouraged to explore situations in greater depth by asking pertinent questions at the right moment. The following are examples: *Activity 1* – "Where would you place a red and black glove?" *Activity 3* – "What happens if we use different sizes of paper for the pictures?" *Activity 5* – "Should you use bigger blocks for buses than for cars?" *Activity 7* – "Can the length of the bar be a fraction?" *Activity 10* – "How much larger is Joe's waist than his neck? Mary's waist than her neck?", etc. *Activity 12* – "What will happen if you add one more mass? then one more? and one more? What will finally happen?"

Stages in the Development of Graphs

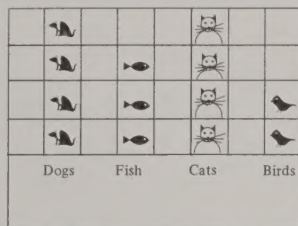
Activities	Sample Graph	Mathematical Ideas
1 Sorting Children sort their mitts by colour, placing them in hoops or in loops of rope. Children could sort other objects according to other attributes.		<ul style="list-style-type: none"> Recognition of a characteristic (colour) Making collections of things having the same attribute (red, black, etc.) Possibly intersecting sets (where does a red and black mitt go?) Sorting by a new attribute (size, material, etc.) Concrete experiences with Venn diagrams
2 Favourite Colours Each child draws a picture of himself and pins it on a large coloured sheet of paper on the display board. He selects the colour. Which colour is most popular? Which is least popular?		<ul style="list-style-type: none"> The representation is independent of the size of the unit (picture). Counting 1-1 correspondence, ordering The conclusion is based on numbers.
3 Hair Colours Each child draws a picture of himself on identical sheets of paper, and colours his hair. The pictures are displayed by colour, side by side. Comparisons are made.		<ul style="list-style-type: none"> Concrete experience related to bar graphs Comparison of numbers is based on the relative lengths of the strips. Pictures must line up vertically and have a common starting line. Ordering
4 Favourite Fruits Children make vertical lists of names and fruits. Each name is mapped to the child's favourite fruit.		<ul style="list-style-type: none"> Many-to-one mapping (possibly 1-1) Correspondence Possibility of inverse relation (Which children like apples?)
5 Traffic Count Children make a traffic count of cars, buses, trucks, bicycles, and motorcycles for a short period of time. The data are displayed using stacks of congruent blocks. Colour-coding can be used to distinguish cars, buses, trucks, etc.		<ul style="list-style-type: none"> Concrete experience related to bar graphs A common base is needed, no vertical scale. Ordering Counting

Activities

6 Favourite Pets

Using identical sheets of paper, each child makes a drawing of his favourite pet. The drawings are displayed on a rectangular grid.

Sample Graph

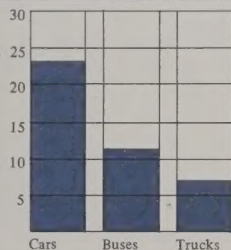


Mathematical Ideas

- Concrete experience related to bar graphs
- Equal units are used.
- Common baseline with spaces labelled
- If each child identifies his pet, early ideas of co-ordinates can be introduced.

7 Traffic Count

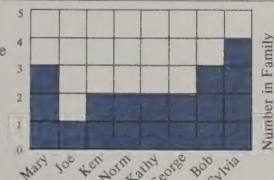
The same investigation as in Activity 5 is made over a longer time period, using tallying. The data are displayed in a bar graph. (The bar can be a strip of paper or shaded.)



- Bar graph
- Common baseline with spaces labelled
- Vertical scale with lines labelled
- Ordering
- Tallying in base five
- Only whole number cuts are made. Why?

8 Family Sizes

Each child reports the number of children in his family. A tally is made of the number of families with one child, with two children, three children, and so on. A graph is made to illustrate the findings.

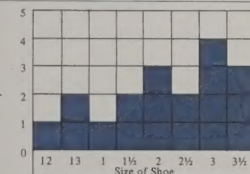


- Same as 7

9 Shoe Size

Each child reports his shoe size. A tally is made of each size, and then a graph is made.

The data in 8 and 9 can be collected for a number of classes and combined in a single graph.

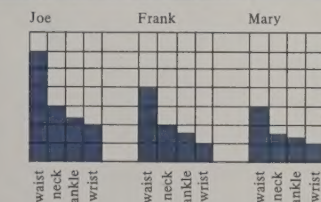


- Same as 7

10 Body Measurements

Each child measures the size of his waist, neck, ankle, and wrist. Different coloured strips are used and cut to the actual measurements. These are displayed as a bar graph for each child. Comparisons are made.

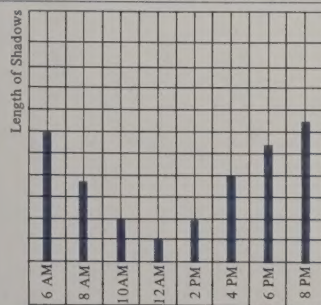
Make 1/2, 1/4, 3/4 scale models of these measurements.



- Bar graph contains actual measures.
- No vertical scale is needed.
- Continuity of measures (a taste of real numbers)
- Ordering and comparison
- Possibilities for students to conjecture
- Scale, fraction

11 Shadows

The shadow of a stick is drawn at suitable intervals throughout the day. Its length is measured, using a strip or standard units. The data is displayed on a graph and discussed.



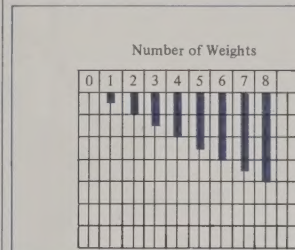
- Bar graph, but bars are now vertical segments.
- Times are marked on the line (not the spaces). Why?
- Continuity, intermediate values
- Smooth curve through the end points, interpolation
- Symmetric form of the curve
- Least value; greatest value
- Congruent shapes
- Extending the graph in either direction. Is this possible?

Activities

12 Stretch of Elastic Bands

Use a set of nails equally spaced on a horizontal line. Hang elastic bands on the nails and a set of identical weights on the elastics — one on the first, two on the second, three on the third, and so on.

Sample Graph



Activities

13 Diameter vs Circumference

Ribbon or paper is used to measure the diameter and circumference of different circular lids (a new colour for each lid).

A graph is made by placing the shorter lengths of ribbon (representing the diameters) horizontally, and the longer lengths of ribbon (representing the circumferences) vertically.

How are the lengths of the two ribbons related?

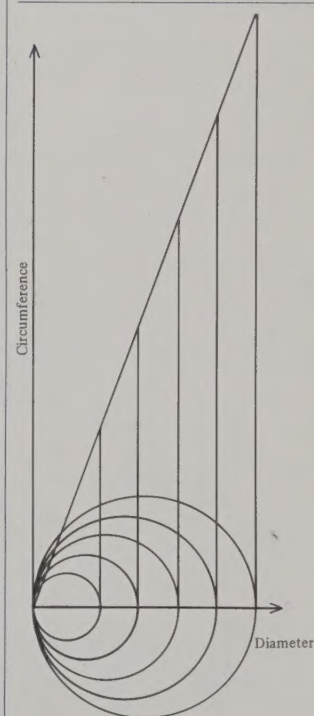
Mathematical Ideas

- Perimeter of circular discs
- Measurement without standard units
- Graph uses the concrete materials of the investigations.
- Comparison of lengths by division
- Direct variation
- Circumference/diameter is constant, approximately 3.1.

Mathematical Ideas

- Graph resembles the experimental situation.
- Scales on the lines, not the spaces
- Continuity implied; if intermediate weights used, fractions
- Smooth curve through end points, straight line, interpolation
- Extending the graph in either direction. Is this possible?

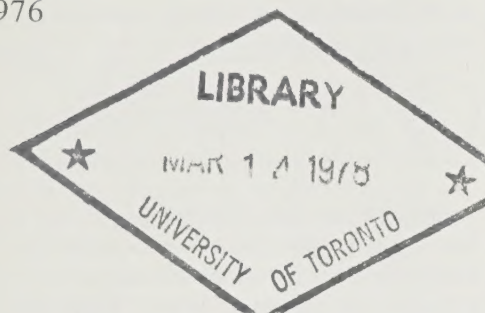
Sample Graph



Ce document traite de représentations simples destinées à aider les enfants des cycles primaire et moyen à exprimer leurs idées sur l'environnement.

Relations et graphiques

1976



Relations et graphiques

Dans nombre de classes, les enfants étudient, par la méthode active, des situations qui se présentent dans leur cadre de vie. Cet apprentissage se fait parfois à l'extérieur de l'école à l'occasion d'excursions ou d'activités spéciales, ou sous forme de recherches ou d'études portant sur des objets que les enfants apportent de chez eux ou sur des idées suscitées par leur milieu. La plupart du temps, cependant, cette étude et ces recherches font partie des activités régulières de la classe et portent sur des objets courants ou fabriqués sur place. Quelle que soit la méthode utilisée, les enfants doivent pouvoir travailler dans une atmosphère détendue, qui leur permette de faire leurs propres découvertes et d'en discuter librement en s'exprimant dans leurs propres mots ou par tout autre moyen. L'enseignant joue le rôle de catalyseur : il encourage, interroge, fait des suggestions et présente des idées et du matériel nouveaux dans le but de faire progresser les recherches.

Le travail de recherche ouvre l'esprit des enfants à leur environnement, stimule la créativité, encourage la pensée originale, améliore les perceptions spatiales et augmente leur confiance dans leur aptitude à découvrir par eux-mêmes.

La recherche sert de cadre à l'approfondissement de leurs connaissances actuelles et à l'acquisition de nouvelles notions en mathématique. L'enseignant devrait donc se fonder sur les travaux de recherche exécutés par les enfants pour introduire de nouvelles notions dans le programme; de fait, ces notions devraient servir de point de départ à la préparation des activités. Sans fixer de limites rigides au champ de la recherche, l'enseignant veillera à ce que chaque activité contribue effectivement à l'atteinte de certains des objectifs du programme de mathématique. Une préparation ainsi axée sur les objectifs permettra aux enfants d'entrevoir la mathématique comme un tout cohérent et non comme une succession de faits isolés.

Moyens visuels : relations et graphiques

Un programme fondé sur la recherche vise principalement à encourager les enfants à parler entre eux de leurs découvertes. Laissés à eux-mêmes, les enfants cherchent des moyens de communiquer entre eux, par leur propre langage et par différents moyens visuels (objets réels, images, etc.). Ces formes

de communication révèlent les talents créateurs des enfants et doivent être encouragées; c'est ainsi qu'ils commencent à utiliser des relations et des graphiques simples. Pendant quelques années, les enseignants vont graduellement initier les enfants à l'emploi des relations et des graphiques pour noter et communiquer leurs découvertes. L'art d'établir, d'interpréter et d'analyser les relations et les graphiques s'acquiert tout au long de l'élémentaire et du secondaire, et même par la suite. À ce niveau, les notions doivent être simples et ne pas dépasser l'aptitude naturelle des enfants à s'exprimer au moyen d'images et de modèles.

Les pages suivantes traitent de représentations simples, adaptées aux enfants des cycles primaire et moyen. Les enfants utilisent d'abord des objets réels et des images, puis des graphiques mathématiques simples.

Initiation aux relations

Les relations ont leurs racines dans les jeux fantaisistes des jeunes enfants. Leurs constructions de cubes, de boîtes et d'autres objets sont, autant que leurs jouets, des représentations en modèles réduits du monde tel qu'ils le perçoivent. En déplaçant ces objets et en les mettant en relation les uns avec les autres, les enfants développent et améliorent leurs perceptions spatiales. D'une part, leur conviction que ces constructions sont vraiment les choses représentées démontre leur aptitude naturelle à utiliser des objets matériels pour créer des niveaux d'abstraction; d'autre part, ces constructions sont pour eux aussi réelles que les choses représentées. Quand ils construisent des modèles et des images dont ils se servent pour jouer, il arrive souvent que les enfants discutent tout seuls ou avec les autres, trahissant ainsi leur conviction que ces représentations s'entremêlent à la réalité.

Ces formes de représentation apparaissent très tôt chez les enfants, particulièrement entre quatre et sept ans. On peut les identifier et les encourager de différentes façons :

- jeux de mimes (représenter par les gestes quelque chose qui n'est pas actuel);
- jeux de rôles (jouer à la mère, à l'école, etc.);
- jeux imaginaires (objets et situations que l'enfant adapte au gré de sa fantaisie, développant ainsi sa créativité et son aptitude à résoudre les problèmes);

- jeux avec des modèles réduits (poupées et autos);
- fabrication de maquettes (construire et meubler une maisonnette);
- dessiner;
- discuter.

L'établissement, l'interprétation et la compréhension des relations reposent sur une foule d'expériences antérieures relatives aux positions, à la perception des directions et à l'orientation. Ces expériences doivent être complétées par des activités où interviennent l'observation, le classement, le dessin et la représentation symbolique, et par des notions de calcul, de mesures, de coordonnées, d'échelle et de proportions. Les enfants peuvent acquérir des connaissances fondamentales en ces domaines au moyen de leurs notes et rapports de recherche. L'enseignant doit toutefois préparer soigneusement les travaux des enfants, et donner à ceux-ci son appui, en entremêlant des notions simples de relations aux autres notions et aptitudes à acquérir. Ainsi, l'établissement et l'interprétation des relations deviennent une partie importante du programme et ne se limitent pas à la copie ou à l'étude passive.

Les correspondances

Il ne faut pas confondre les relations avec les correspondances qui, en ce qui concerne les jeunes enfants, consistent simplement en l'utilisation de flèches pour indiquer la relation entre les éléments d'un ensemble et d'un autre ensemble. Les correspondances peuvent s'établir entre un élément d'un ensemble et un seul élément d'un autre ensemble (comme dans la figure 1), ou entre plusieurs éléments d'un ensemble et un seul élément d'un autre ensemble (figures 2 et 3). Les exemples de correspondance, dans le cas des petits enfants, sont tirés de leur vie quotidienne.

Figure 1 1-1

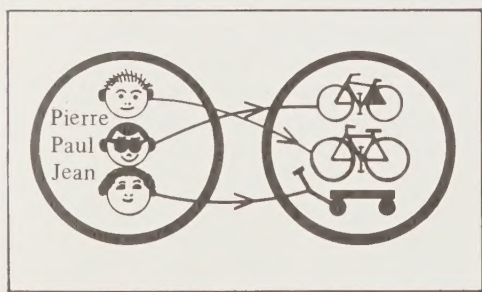
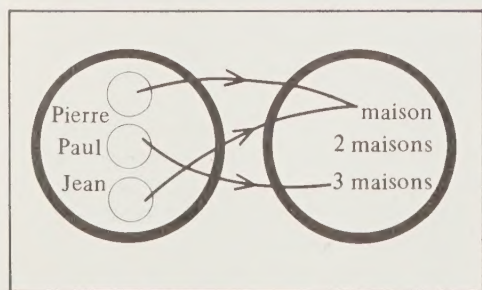


Figure 2 Plusieurs - 1



Les flèches sont également utilisées pour indiquer la relation entre une figure et son image à l'échelle ou son image déformée, comme dans la figure 4.

Figure 3 Plusieurs - 1

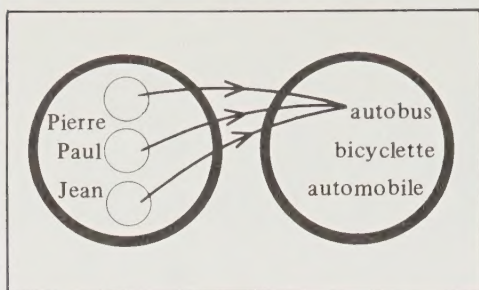
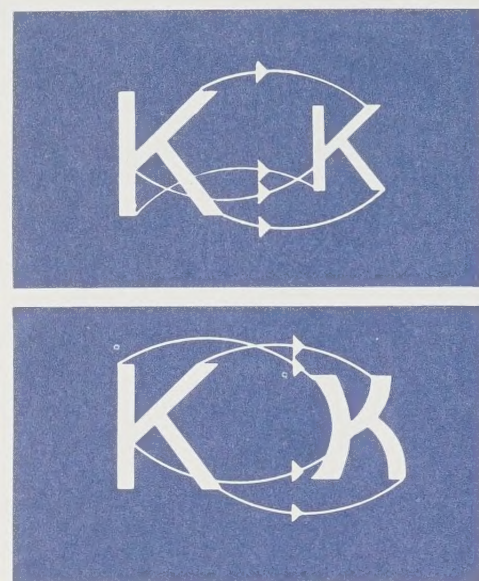


Figure 4

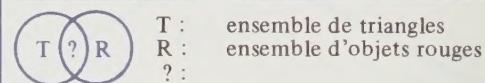


Dans les correspondances, on se contente d'appliquer les principes de relation 1-1, plusieurs-1, à l'échelle, ou même en distorsion sans toutefois les identifier. Par exemple, un dessin d'enfant indique habituellement une relation plusieurs-1 d'un objet tridimensionnel reproduit en deux dimensions.

Bien que les petits enfants ne soient pas prêts à aborder l'étude de relations mathématiques, ils utilisent les flèches tout naturellement et sans difficulté pour indiquer la relation entre les éléments d'un ensemble et ceux d'un autre ensemble. Des expériences variées ayant trait aux correspondances préparent l'enfant intellectuellement à l'étude de relations et de graphiques. Au nombre de ces expériences, citons :

- fabrication de modèles qui représentent la réalité (ferme, train, maison);
- exécution de diagrammes et d'esquisses qui reproduisent des situations où sont indiquées approximativement les positions, les directions et les orientations;
- établissement des relations entre des ensembles d'éléments réels (les joueurs de hockey et leur équipe, les enfants et leur maison, le matériel didactique et son lieu de rangement);
- établissement de la relation entre les noms et la hauteur, la masse (poids), la couleur des cheveux;
- établissement de la relation entre les points d'une image et ceux de sa reproduction sur un écran (projection à l'échelle ou déformée, distances relatives);
- estimation des distances et de l'orientation;
- étude des ombres projetées (longueur, direction);
- comparaison des objets avec leur reflet dans différents miroirs (plat, rond, concave, cylindrique, irrégulier);

- expériences avec translations, rotations, réflexions, en utilisant différents matériaux : géoplans, papier pointillé, décalques et miroirs;
- recherche des symétries (symétrie de lignes, de rotation, de translation, de points dans les images; les symétries de plan, de rotation, de translation et de points d'objets tridimensionnels);
- reproduction, à l'échelle, de dessins et de distorsions;
- recherche des formules numériques (jeu basé sur les opérations et semblable au jeu *trouvez la règle*, dans lequel un seul nombre et le résultat final sont donnés);
- utilisation du diagramme de Venn pour classer les objets et les nombres selon leurs attributs.



Apprentissage des relations

Les activités décrites ci-après sont destinées à préparer les élèves à l'apprentissage des relations. Ces activités ne s'adressent pas à des enfants d'un âge ou d'un niveau particulier; la capacité de l'enfant de comprendre les idées véhiculées par cette forme de représentation dépend plutôt du genre et du nombre d'expériences faites à la maison ou à l'école. Les activités sont présentées de manière à refléter les connaissances actuelles sur le développement des enfants.

L'association de l'activité et du langage en ces circonstances enrichit le vocabulaire de l'enfant de façon imprévue mais significative. Des termes de comparaison tels que : *même, semblable, plus grand, plus mince, plus lourd*; des termes de mesure tels que *plus gros, plus petit, deux fois plus long*; des termes indiquant la direction : *en haut, en bas, à gauche, à droite, au nord, à l'est*; des termes indiquant la position tels que *deuxième pupitre, la table sous la fenêtre, la troisième chaise de la cinquième rangée*; des termes d'attributs tels que : *violet, rouge, carré, triangulaire, doux, rigide*, de même que des mots désignant les nombres sont constamment utilisés par les enfants lorsqu'ils travaillent ensemble à recueillir, organiser et noter des données à l'aide de modèles, d'images et de cartes.

Bac de sable

Les enfants fabriquent des modèles tridimensionnels : par exemple, une ferme, une pièce de la maison, un parc du voisinage. (L'observation révèle la compréhension qu'a l'enfant du contenu, des niveaux et des conditions d'appartenance à un ensemble.)

Fabrication de maquettes

Les enfants utilisent des retailles de bois ou de tissu, des boîtes de carton, des cubes, de la glaise et d'autres matériaux pour représenter des maisons, des rues, des machines, de petits animaux. (L'échelle ne sera pas exacte; des proportions approximatives révèlent habituellement la façon dont l'enfant perçoit ce qui a alors le plus d'importance pour lui.)

Fabrication d'images

Les enfants représentent les événements et les perceptions de leur environnement à l'aide de divers matériaux tels que : peinture, crayons de couleur, peinture tactile, retails de tissu et papier de couleur, petits objets. (Ces images indiquent habituellement les relations de grandeur et de nombre, de même que l'orientation dans l'espace : *en haut, en bas, près, loin, à gauche, à droite.*)

À mesure que l'enfant acquiert de l'expérience dans la fabrication de maquettes et d'images, ses créations sont plus détaillées et plus complexes. Non seulement son travail prend de plus en plus d'envergure, mais l'enfant ajoute de plus en plus de détails selon sa perception des choses, des gens et des événements.

Fabrication de maquettes

a) Fabrication individuelle ou collective de terrains de jeu, places, coins du voisinage, avec éclairage, boîtes aux lettres, feux de circulation, animaux et personnages. (Positions et proportions approximatives.)

b) Maquettes d'un seul article : maison, automobile, avion, tour. (Miniatures de plus en plus complexes à mesure que l'enfant découvre les différents éléments de l'article, leurs relations et leur fonction.)

Fabrication d'images

La fabrication d'images comporte à ce stade une plus grande variété de formes, de couleurs et de relations dans l'espace. Les échanges de vues avec les enfants permettent de découvrir leur sentiment au sujet des couleurs et leur réaction aux différentes formes, aux lignes droites ou courbes, aux compositions.

Projection d'images

On peut se servir d'un rétroprojecteur pour examiner des agrandissements et noter les relations, ou pour étudier les couleurs et la composition, pendant que l'enfant déplace des formes et des couleurs pour observer les changements produits.

Taches d'encre

En procédant comme dans les dessins des taches d'encre, les enfants appliquent deux ou trois couleurs de peinture tactile sur un papier qu'ils replient ensuite. L'expérience aidant, ils créent rapidement des symétries plus complexes et tentent de prévoir et de décrire des formes et des relations possibles.

Géoplans

Les enfants dessinent des formes i) en reproduisant des formes données (même forme, mêmes dimensions), ii) en agrandissant ou rapetissant des formes (mêmes formes, nouvelles dimensions), iii) en déformant des formes (nouvelles formes).

Maquettes à l'échelle

Fabrication de maquettes à l'aide de modèles réduits d'automobiles, d'avions, de bateaux, d'animaux et de personnages en situation dans un décor dont les éléments sont proportionnés : arbres,

rues, maisons, collines et rivières. (En répatant ces expériences, les enfants apprennent à estimer et à rendre les proportions et à voir les objets sous différents angles.)

Ombres chinoises

Une boîte en carton, percée sur le dessus et sur les côtés de fenêtres en papier transparent, est munie d'une ampoule électrique ou d'une lampe de poche en guise de source de lumière, devient un projecteur d'ombres quand on place un objet à l'intérieur. Les enfants essaient d'interpréter ou de dessiner les ombres ainsi projetées.

Modèles proportionnés

Les enfants reproduisent des personnages et des formes en les agrandissant; ils les colorient de différentes couleurs et utilisent divers matériaux; ils reproduisent ensuite les modèles, formes et images dans les mêmes formes et relations mais en exagérant certaines dimensions comme la grandeur ou l'épaisseur.

Dans les activités suggérées jusqu'ici, l'enfant n'utilise pas de mesures rigoureuses. Ses représentations sont fondées sur ses perceptions visuelles, nécessairement approximatives, des dimensions et des relations.

À mesure que l'enfant acquiert plus de maturité et voit la nécessité de recourir à des formes plus précises de représentation, les activités porteront sur les mesures, l'échelle et l'utilisation d'un symbolisme plus conventionnel. Les recherches iront des situations familières et très simples à d'autres plus vastes et moins familières. À côté des relations prendront place d'autres activités conçues pour améliorer les aptitudes nécessaires à la classification, aux mesures, à la manipulation des nombres et à la représentation.

Fabrication de maquettes

Ces activités mettent l'accent sur les proportions et la nécessité de reproduire à l'échelle; l'enfant relie des modèles tridimensionnels et bidimensionnels, dont l'orientation et les proportions diffèrent; il mesure les différentes parties et le tout, en respectant les proportions.

Construction des graphiques

Les graphiques permettent aux enfants d'acquérir des méthodes d'organisation, de classement et d'enregistrement des renseignements recueillis au cours de leurs recherches. L'impact visuel des graphiques est considérable et aide les enfants à analyser ces renseignements et à prévoir les résultats.

On doit encourager les enfants à discuter entre eux de leurs recherches, en utilisant les graphiques comme moyen de communication. À l'occasion, un graphique fait par un groupe sera présenté sans commentaires verbaux à un autre groupe à qui on demandera de l'expliquer. Si le graphique n'est pas suffisamment éloquent par lui-même, les deux groupes peuvent en chercher les raisons et essayer ensemble de l'améliorer.

Les activités décrites ci-après ne sont qu'un exemple de différentes situations pouvant favoriser la recherche et la présentation par graphiques. Elles s'ap-

puient sur des expériences menées conjointement par des enseignants et des élèves et illustrent une complexité de plus en plus grande dans les graphiques, complexité qui va de pair avec le développement des enfants.

On relève les notions mathématiques correspondant à chaque exemple d'activité et de graphique. Ces notions démontrent que la mathématique est sous-jacente à toutes ces activités et aideront les enfants à se préparer à l'étude systématique de ces notions.

Activité n° 1

L'art de faire des graphiques et d'illustrer des relations est sensiblement le même chez les enfants de quatre à sept ans. Pour construire le graphique ou la représentation, on utilise les objets réels qui servent à la recherche; dans l'établissement des relations, on utilise des objets représentatifs. Lorsque les objets à classer sont fixes ou trop grands pour être déplacés, les enfants devraient plutôt utiliser des objets représentatifs dans les boucles.

Activités n° 2 à 6

Dans ces exemples, les objets physiques ne peuvent être classés et organisés commodément. On utilise donc des mots, des images et différents objets pour représenter les choses réelles; on obtient ainsi des ébauches de graphiques à colonnes, dont les éléments ressemblent beaucoup aux objets réels.

Activités n° 7 à 9

Dans ces exemples, on choisit des éléments de façon plus arbitraire pour représenter les objets réels : on colle des carrés gommés l'un sous l'autre pour construire les colonnes et on coupe des rubans de papier ou de tissu pour représenter l'accumulation de carrés; enfin, on remplit ou on colore les colonnes. On se sert de couleurs différentes pour distinguer les objets. Dans cette progression, la représentation se fait de plus en plus abstraite, mais elle a l'avantage d'être plus facile à construire. Cette étape respecte le développement général de la notation mathématique dans laquelle les idées sont présentées sous des formes (sans rapport avec la réalité) de plus en plus symboliques et abstraites, qui présentent cependant l'avantage incontestable d'être concises et faciles à manipuler.

Activités n° 10, 11, 13

D'un certain point de vue, les graphiques de ces activités sont moins abstraits que ceux des activités 7, 8 et 9. Les bouts de corde ou de ruban effectivement utilisés pour mesurer sont collés sur le graphique; celui-ci peut donc être construit sans faire appel aux mesures numériques. On peut faire la comparaison qualitative des longueurs relatives des bouts de ruban et, partant, des idées qu'ils représentent. Les graphiques permettent de reconnaître les notions. Ces comparaisons et ces notions peuvent ensuite être exprimées quantitativement en mesurant les colonnes et en les comparant avec les mesures numériques. Par exemple, les enfants peuvent découvrir qualitativement que

le tour de taille d'un enfant est le double de son tour de cou et que celui-ci est le double de son tour de poignet. L'enfant peut le vérifier par les nombres et conclure que les mesures du poignet, du cou et de la taille d'une personne sont dans le rapport 1:2:4. Quelquefois, les bouts de ruban sont trop longs pour être disposés sur les graphiques; ils peuvent en ce cas être réduits à l'échelle de 1/2, 1/3 ou 1/4 des véritables longueurs, simplement en pliant les rubans et en les coupant. On peut, de nouveau, construire des représentations à l'échelle dans lesquelles les rubans sont remplacés par des colonnes ombrées. Le graphique final, dont les dimensions sont plus adaptées et la forme plus permanente, est en réalité moins représentatif de la situation originale, mais le degré d'abstraction en est plus élevé.

Activité n° 12

Cette activité est intéressante en ce sens que la recherche permet de construire une représentation visuelle de la relation entre la longueur des élastiques et la masse qui leur est suspendue. De fait, l'image se retrouve dans le graphique terminé. L'activité peut se prolonger par un nouveau graphique construit à partir de l'information du premier pour com-

parer l'extensibilité de l'élastique à la masse ajoutée. En ce cas, une ligne droite que l'on fait passer par les extrémités des segments de droite coupera l'origine. Une représentation à variation directe a succédé à une représentation à variation partielle.

On peut inviter les enfants à explorer certaines situations plus en profondeur en leur posant des questions pertinentes au moment opportun. Exemples :

Activité n° 1 :

«Où placerais-tu un gant rouge et noir?»

Activité n° 3 :

«Qu'arrive-t-il si on utilise différents formats de papier pour les dessins?»

Activité n° 5 :

«Devrait-on utiliser des cubes plus gros pour un autobus que pour une auto?»

Activité n° 7 :

«La longueur de la colonne peut-elle être une fraction?»

Activité n° 10 :

«La taille de Pierre est combien de fois plus grande que son cou? La taille de Marie est combien de fois plus grande que son cou?», etc.

Activité n° 12 :

«Qu'arrivera-t-il si tu ajoutes un poids de plus? et un autre? et encore un autre? Qu'arrivera-t-il finalement?»

Étapes de la construction des graphiques

Activités	Exemple de graphique	Notions mathématiques
1. Classement Les enfants classent leurs mitaines par couleur, et les placent à l'intérieur de cercles ou de boucles de corde. Les enfants peuvent classer d'autres objets selon d'autres attributs.		<ul style="list-style-type: none"> Reconnaître un attribut (couleur) Faire des collections d'objets ayant le même attribut (rouge, noir, etc.) Grouper mixtes possibles (où situe une mitaine rouge et noire?) Clauser selon un nouvel attribut (grandeur, matériau, etc.) Expériences concrètes avec le diagramme de Venn
2. Couleurs préférées Chaque enfant dessine son portrait et l'applique sur le habillage sur une grande feuille de couleur, en choisissant sa couleur préférée. Quelle est la couleur la plus populaire? Laquelle est la moins populaire?		<ul style="list-style-type: none"> La représentation est indépendante des dimensions de l'objet (image). Compter Relation 1:1, mise en ordre La conclusion est fondée sur les nombres.
3. Couleurs des cheveux Chaque enfant dessine son portrait sur des feuilles de papier identiques et colore ses cheveux. Les images sont disposées côte à côte selon la couleur. On fait les comparaisons.		<ul style="list-style-type: none"> L'expérience concrète est reliée aux graphiques à colonnes. Les comparaisons de nombres sont basées sur les longueurs relatives des bandes. Les images doivent s'aligner verticalement et partir du même niveau Mise en ordre
4. Les fruits préférés Les enfants font des listes verticales de noms et de fruits. Le nom de chaque enfant est relié à son fruit préféré.		<ul style="list-style-type: none"> Relation plusieurs-1 (ou même 1-1) Correspondance Possibilité de relations inversées (quel sont les enfants qui aiment les pommes?)
5. Comptage de la circulation Les enfants font le comptage des voitures, autobus, camions, bicyclettes et motocyclettes durant un court laps de temps. Les données sont illustrées avec des piles de cubes. Un code de couleurs différentes peut être utilisé pour distinguer les autos, autobus, camions, etc.		<ul style="list-style-type: none"> L'expérience concrète est reliée aux graphiques à colonnes. Une base commune est nécessaire, absence d'échelle verticale. Mettre en ordre Compter

Activités

6. Animaux familiers
Chaque enfant dessine son petit animal préféré sur des feuilles de papier identiques. Les dessins sont disposés sur une grille rectangulaire.

Exemple de graphique

chiens poissons chats oiseaux

Notions mathématiques

- L'expérience concrète est reliée aux graphiques à colonnes.
- Des éléments égaux sont utilisés.
- Une base commune avec espaces identifiés
- Si chaque enfant identifie son animal, on peut déjà introduire la notion de coordonnées.

7. Comptage de la circulation
Même recherche qu'à l'activité n° 5, mais étendue sur une plus longue durée, en utilisant des colonnes. Les données sont disposées en un graphique à colonnes. La colonne peut être une bande en papier ou une bande colorée.

Exemple de graphique

autos autobus camions

Notions mathématiques

- Graphique à colonnes
- Base commune avec espaces identifiés
- Échelle verticale avec ligne identifiée
- Mettre en ordre.
- Compter en base 5.
- Seuls les nombres entiers sont inscrits. Pourquoi?

8. Nombre d'enfants par famille
Chaque élève indique le nombre d'enfants que compte sa famille. On compte le nombre de familles comprenant un, deux, trois enfants, et ainsi de suite. On fait un graphique pour illustrer les résultats.

Exemple de graphique

Marie Jean Claude Martin Sylvie Pierre Carole Paul

Notions mathématiques

- Identiques à celles de l'activité n° 7

9. Pointure de chaussure
Chaque enfant indique sa pointure de chaussure. On fait une colonne pour chaque pointure, puis on fait le graphique.

Les données des activités 8 et 9 peuvent être recueillies pour un certain nombre de classes et constituer un seul graphique.

Exemple de graphique

12 13 1 1½ 2 2½ 3 3½

Notions mathématiques

- Identiques à celles de l'activité n° 7
- L'échelle verticale devra être réduite pour servir à un plus grand nombre d'enfants.

10. Mensurations
Chaque enfant mesure sa taille, son cou, sa cheville et son poignet. Des bandes de couleurs différentes sont coupées d'après les mesures réelles et disposées en graphique à colonnes. Les comparaisons sont établies.

Reproduire ces mensurations à l'échelle : 1/2, 1/3, 3/4.

Exemple de graphique

Jean Pierre Marie

taille cou cheville poignet

Notions mathématiques

- Le graphique à colonnes contient des mesures réelles.
- Une échelle verticale n'est pas nécessaire.
- Continuité des mesures (un avant-goût des nombres réels)
- Mettre en ordre et comparer
- Possibilité de faire des hypothèses
- Echelle, fractions

11. Ombres
L'ombre d'un bâton est dessinée à différents moments de la journée. On mesure sa longueur à l'aide d'un ruban ou d'un étalon. Les données sont disposées en graphique, puis on en discute.

Exemple de graphique

6h 8h 10h 12h 14h 16h 18h 20h

Notions mathématiques

- Graphiques à colonnes dont les segments sont verticaux
- Les heures sont indiquées sur les lignes et non dans les espaces. Pourquoi?
- Continuité, valeurs intermédiaires
- Tracé d'une courbe passant par les extrémités des segments du graphique; interpolation
- Forme symétrique de la courbe
- Valeur minimale; valeur maximale
- Formes identiques
- Prolonger le graphique dans l'une ou l'autre direction; est-ce possible?

Activités

12. Extensibilité d'une bande élastique
Disposer sur une ligne horizontale des clous également espacés. Suspendre des bandes élastiques aux clous, et des poids égaux aux élastiques : un sur le premier, deux sur le second, trois sur le troisième, et ainsi de suite.

Exemple de graphique

Notions mathématiques

- Le graphique ressemble à la situation expérimentale.
- Echelle sur les lignes et non sur les espaces
- Continuité; fractions, si on utilise des poids intermédiaires
- Tracé d'une courbe passant par les extrémités des segments du graphique; ligne droite, interpolation
- Prolonger le graphique dans les deux sens; est-ce possible?

Activités

13. Diamètre et circonférence
Employer un ruban ou un papier pour mesurer le diamètre et la circonférence de couvercles de tailles et de couleurs différentes.

Faire un graphique en plaçant horizontalement les plus petites longueurs du ruban (qui représentent les diamètres) et verticalement les autres longueurs (qui représentent la circonférence).

Quel est le rapport entre les deux longueurs?

Exemple de graphique

Notions mathématiques

- Périmètre de disques circulaires
- Mesure sans étalon
- Pour le graphique, se servir des matériaux concrets utilisés pour la recherche.
- Comparer les longueurs en les divisant.
- Variation directe
- Le rapport de la longueur de la circonférence au diamètre est constant et vaut approximativement 3.1.